

## Podmienná pravdepodobnosť

Dané sú dva náhodné javy:

A – Na kocke padne párne číslo.

B – Na kocke padne číslo 6.

Určiť pravdepodobnosť týchto javov je jednoduchá otázka:

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

$$P(B) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

Položme ale inú otázku: Aká je pravdepodobnosť toho, že ak padlo párne číslo, tak to bolo číslo 6? (jav C) tu už sa mení počet všetkých možností: lebo otázka predpokladá padnutie párneho čísla  $\rightarrow 3$

$$P(C) = \frac{1}{3} = 0,3\bar{3}$$

Práve takto definujeme podmienenú pravdepodobnosť. Jav, ktorý nastal je podmienkou.

**D. Podmienná pravdepodobnosť javu B za predpokladu, že nastal jav A** (kratšie: *podmienná pravdepodobnosť javu B za podmienku A*), je pravdepodobnosť javu B ak už predtým nastal jav A.

$P(B|A)$  alebo  $P(B/A)$

**V. (Bayes)**

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

to znamená, že pravdepodobnosť prieniku javov vydáme s pravdepodobnosťou podmienky samozrejme ak počítame opačnú podmienenú pravdepodobnosť, v menovateli bude P(B)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Skúsme predchádzajúci príklad vypočítať novou vetou:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \rightarrow P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1} = \frac{1}{3}$$

Aká je pravdepodobnosť toho, že ak padlo číslo 6, tak to je párne číslo? (jav D)

podľa definície:

$$P(D) = P(A|B) = \frac{1}{1} = 1$$

podľa vety:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} = 1$$

Jeden pojem súvisí s podmienenou pravdepodobnosťou:

**D. Dva javy sú nezávislé**, ak pravdepodobnosť jedného javu sa nemení pridaním podmienky (či nastal ten druhý jav alebo nie), alebo jeden z javov je nemožný.

$$P(A|B) = P(A) \vee P(B|A) = P(B) \vee P(A) = 0 \vee P(B) = 0$$

**V.** Dva javy sú práve vtedy nezávislé, ak  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

**P.** Ak javy nie sú nezávislé, potom sa nazývajú **závislé javy**.

**príklad:**

Zistilo sa, že  $P(A|B) = 0,425$ ,  $P(A) = 0,8$ ,  $P(B) = 0,6$ . Vypočítajte  $P(B|A)$ .

z vety vyjadríme pravdepodobnosť prieniku

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,425 \cdot 0,6 = 0,255$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,255}{0,8} = \frac{51}{160} = 0,31875$$

Pre náhodné udalosti C, D platí:  $P(C) = 0,8$ ,  $P(D) = 0,4$  a  $P(C \cap D) = 0,25$ . Vypočítajte:

a,  $P(C|D)$

b,  $P(D|C)$

c,  $P(C \cap \bar{D})$

d,  $P(C|\bar{D})$

$$a, P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0,25}{0,4} = \frac{5}{8} = 0,625$$

$$\text{b, } P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{0,25}{0,8} = \frac{5}{16} = 0,3125$$

$$\text{c, } P(C \cap \bar{D}) = P(C) - P(C \cap D) = 0,8 - 0,25 = 0,55$$

$$\text{d, } P(C|\bar{D}) = \frac{P(C \cap \bar{D})}{P(\bar{D})}$$

$$P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(C|\bar{D}) = \frac{P(C \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0,55}{0,6} = \frac{11}{12} = 0,91\bar{6}$$